



Dpto. Ciencias e Ingeniería de la Computación
 Universidad Nacional del Sur

ELEMENTOS DE BASES DE DATOS

Segundo Cuatrimestre 2013

Clase 8: Teoría Modelo Relacional – Dependencias Funcionales – Clausura - Algoritmos



Mg. María Mercedes Vitturini
 [mvitturi@uns.edu.ar]

Modelo Relacional - Framework

El **modelo relacional** define una “colección de tablas” para representar los datos de un problema y sus relaciones.

- Vamos a estudiar cómo respondernos:

¿éste es un buen diseño?

¿existe un diseño relacional de mayor calidad?

- Una de las maneras para encontrar un **diseño relacional de calidad es partir de un buen diseño conceptual, i.e. Entidad-Relación**
- Para ello vamos a estudiar y analizar:
 - Dependencias funcionales.
 - Llaves de relación



EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

¿Este es un buen diseño?

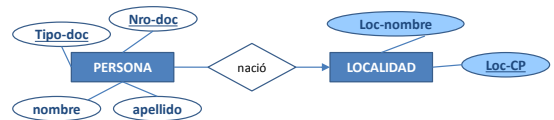


PERSONA (tipo-Doc, nro-Doc, apellido, nombre, loc-CódigoPostal, loc-Nombre)

Tipo Doc	Nro. Doc	Apellido	Nombre	Cod. Postal	Nombre Localidad
DNI	111111	Díaz	Alberto	8000	Bahía Blanca
DNI	222222	Vélez	Patricia	8000	Bahía Blanca
DNI	333333	Lino	Lucas	8000	Coronel Suárez
DNI	444444	Cané	María	8109	Punta Alta

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Problemas de Diseño



PERSONA (tipo-Doc, nro-Doc, apellido, nombre, loc-CódigoPostal)
LOCALIDAD (loc-CódigoPostal, ciudad-Nombre)

Tipo Doc	Nro. Doc	Apellido	Nombre	Cod. Postal	Cod. Postal	Nombre Localidad
DNI	111111	Díaz	Alberto	8000	8000	Bahía Blanca
DNI	222222	Vélez	Patricia	8000	8109	Punta Alta
DNI	333333	Lino	Lucas	8000	8302	Coronel Suárez
DNI	444444	Cané	María	8109		

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Dependencias Funcionales (DF's)

- Sea $R(A_1, \dots, A_n)$ un esquema de relación, con:
 - X e Y subconjuntos de $\{A_1, \dots, A_n\}$.
 - Se dice que “**X determina funcionalmente a Y**” o “**Y depende funcionalmente de X**” si para cualquier relación $r(R)$, no es posible que r contenga dos tuplas que coincidan en todos los componentes de X , pero no coinciden en uno o más componentes de Y :

$$\forall t_1, t_2 \in r \text{ si } t_1[X]=t_2[X] \text{ entonces } t_1[Y]=t_2[Y]$$

- Esta relación se representa como $X \rightarrow Y$.

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Ejemplos

Algunos ejemplos de dependencias funcionales:

- artículo_código \rightarrow artículo_descripción
- nro_reserva \rightarrow nro_vuelo, fecha_salida_vuelo, cliente_número
- tipo_documento, nro_documento \rightarrow apellido, nombre, apellido, sexo, fecha_nacimiento
- nro_factura, nro_renglón \rightarrow artículo, nro_unidades.
- alumno_legajo, materia_código, año, cuatrimestre \rightarrow resultado_cursado.

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Dependencias Funcionales (DF's)

Una **dependencia funcional** es una forma de expresar restricciones que establecen para $r(R)$ que sólo un subconjunto de las relaciones posibles del dominio es "legal".

- **Ejemplo:**
 - La restricción **nro_socio** identifica a un **único socio** lleva implícito que no pueden coexistir en una relación **socios** dos tuplas como estas:
 - (22231, "Juan Abadía")
 - (22231, "Ana Pierini").

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Satisfacibilidad

- Las dependencias funcionales se definen sobre R y deben ser satisfechas por toda $r(R)$.
- Formalmente, una relación r **satisface** la **df** $X \rightarrow Y$ si para cualquier par de tuplas t_1 y t_2 en r vale que:

si $t_1[X] = t_2[X]$ entonces $t_1[Y] = t_2[Y]$.

 - Si r es una instancia del esquema R y hemos asegurado que $X \rightarrow Y$ vale para R entonces esperamos que r satisfaga $X \rightarrow Y$ **siempre**.

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Satisfacibilidad

X			...	Y	
A	B	C	...	D	E
...
a1	b2	c3	...	d1	e2
...
a1	b2	c3	...	d1	e2
...

Vale $X \rightarrow Y$

X			...	Y	
A	B	C	...	D	E
...
a1	b2	c3	...	d1	e2
...
a1	b2	c3	...	d2	e1
...

No vale $X \rightarrow Y$

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Semántica de las DF's

- Si $R(A_1, \dots, A_n)$ representa un conjunto de entidades y X es llave entonces $X \rightarrow Y$ vale para cualquier subconjunto de atributos Y de R .
- Si R representa una **relación muchos a uno** de E_1 a E_2 y supongamos que entre los A_i 's existen suficientes atributos para formar una llave X para E_1 e Y para E_2 .
 - Entonces vale $X \rightarrow Y$.
 - Sin embargo, $Y \rightarrow X$ vale solo si la relación es uno a uno.
- ¿Cómo se determinan las dependencias funcionales?
 - A partir de la semántica del problema.

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Ejemplo

- Consideremos los atributos **M** (Materia), **P** (Profesor), **H** (Día-Hora), **A** (Aula), **E** (Estudiante) definidos en R (MPHAE)
- Podríamos tener, entre otras, las siguientes **dependencias funcionales**:
 - **HA \rightarrow M** Un horario y aula una única materia.
 - **HP \rightarrow AM** Un profesor en un horario está dando clases en una única aula y de una única materia.
 - **HE \rightarrow A** Un alumno en un horario está en un único aula.
 - **EM \rightarrow P** Un estudiante y una materia la cursa con un único profesor.

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Implicancia

- Sea F un conjunto de **df's**, se dice que **F implica lógicamente $X \rightarrow Y$** , notado por **$F \models X \rightarrow Y$** si cada relación $r(R)$ que satisface las dependencias funcionales en F también satisface $X \rightarrow Y$.
- Ejemplo:

$F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C\} \models A \rightarrow C$.

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Teoría del Modelo Relacional

Axiomas de Armstrong

- Sea U el conjunto universal de atributos, con X, Y, Z subconjunto de atributos de R :
 - **Reflexividad:** Si $Y \subseteq X \subseteq R$ entonces $X \rightarrow Y$.
 - **Aumento:** Si $X \rightarrow Y$ y $Z \subseteq R$ entonces $XZ \rightarrow YZ$.
 - **Transitividad:** Si $X \rightarrow Y$ y $Y \rightarrow Z$ entonces $X \rightarrow Z$.

Reglas de Inferencia

- **Unión:** $\{X \rightarrow Y, X \rightarrow Z\} \models X \rightarrow YZ$.
- **Pseudotransitividad:** $\{X \rightarrow Y, WY \rightarrow Z\} \models XW \rightarrow Z$.
- **Descomposición:** Si $X \rightarrow Y$ y $Z \subseteq Y$ entonces $X \rightarrow Z$.

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Sean $R(ABEGHI)$ y

$F = \{AB \rightarrow E, AG \rightarrow J, BE \rightarrow I, E \rightarrow G, GI \rightarrow H\}$.

Veamos si $F \models AB \rightarrow GH$?

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| 1. $AB \rightarrow E$ | Hipótesis. |
| 2. $AB \rightarrow B$ | Reflexividad. |
| 3. $AB \rightarrow BE$ | Unión sobre 1, 2. |
| 4. $BE \rightarrow I$ | Hipótesis. |
| 5. $AB \rightarrow I$ | Transitividad sobre 3, 4. |
| 6. $E \rightarrow G$ | Hipótesis. |
| 7. $AB \rightarrow G$ | Transitividad sobre 1, 6. |
| 8. $AB \rightarrow GI$ | Unión sobre 5, 7. |
| 9. $GI \rightarrow H$ | Hipótesis. |
| 10. $AB \rightarrow H$ | Transitividad sobre 8, 9. |
| 11. $AB \rightarrow GH$ | Unión sobre 7, 10. |

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Clausura de un Conjunto de df's: F^+

- Dado un conjunto de df's F sobre un esquema R existen otras df's que son **lógicamente implicadas** por F (\models).
 - Ejemplo:

$$R(ABC), \text{ con } F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C\} \models A \rightarrow C$$
- El conjunto de **todas** las df's lógicamente implicadas por F es la **clausura** de F ó F^+ .
- ¿Cómo se obtienen las df's lógicamente implicadas?
 - Las df's que se implican lógicamente aplicando los Axiomas de Armstrong

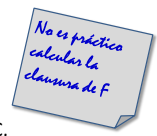
EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Clausura de Conjuntos de DF's

Ejemplo: Sea $R=(ABC)$ y $F = \{AB \rightarrow C, C \rightarrow B\}$.

Su clausura incluye a las siguientes df's:

$F^+ = \{A \rightarrow A, AB \rightarrow A, AC \rightarrow A, ABC \rightarrow A, B \rightarrow B, AB \rightarrow B, BC \rightarrow B, ABC \rightarrow B, C \rightarrow C, AC \rightarrow C, BC \rightarrow C, ABC \rightarrow C, AB \rightarrow AB, ABC \rightarrow AB, AC \rightarrow AC, ABC \rightarrow AC, BC \rightarrow BC, ABC \rightarrow BC, ABC \rightarrow ABC, AB \rightarrow C, AB \rightarrow AC, AB \rightarrow BC, ABC \rightarrow ABC, C \rightarrow B, C \rightarrow BC, AC \rightarrow B, AC \rightarrow AB\}$



EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Clausura de Atributos (X^+)

Dado un conjunto de atributos X , se define como la **clausura de un conjunto de atributos X bajo F** (notada como X^+_F) al conjunto de los atributos funcionalmente determinados por X bajo F .

- Esto es, $\{A_i\}$ tal que $X \rightarrow A_i$ se puede deducir de F usando los Axiomas de Armstrong.

Ejemplo

- Sea $R=(ABCDE)$ y $F = \{A \rightarrow C, C \rightarrow B, AD \rightarrow E\}$
- $(A^+)_F = ACB$
 - $A \rightarrow A$ (reflexiva),
 - $A \rightarrow C$ (dada) y
 - $A \rightarrow B$ (transitiva en $A \rightarrow C$ y $C \rightarrow B$)

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

¿Cómo calcular X^+ ?

- Un algoritmo para calcular la clausura de un conjunto de atributos X bajo un conjunto de df's F (X^+_F) es:

1. Partir de la **reflexiva**.
 - $(X^+)_F = X$
 2. **Repetir** mientras exista una df. $Y \rightarrow Z$ en F tal que $Y \subseteq X^+$
 - $(X^+)_F = (X^+)_F \cup Z$
- Hasta** que no existan cambios en $(X^+)_F$

Ejemplo

- Sea $R=(ABCDE)$ y $F = \{A \rightarrow C, C \rightarrow B, AD \rightarrow E\}$
 - $A \rightarrow A$
 - De $A \rightarrow A$ y $A \rightarrow C$ se obtiene $A \rightarrow AC$
 - De $A \rightarrow AC$ y $C \rightarrow B$ se obtiene $A \rightarrow ACB$

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Algoritmo CLAUSURA_X

Algoritmo Clausura_X (R, F, X)

Datos de Entrada: un conjunto finito de atributos R, un conjunto de dependencias funcionales F y un conjunto $X \subseteq R$.
Datos de Salida: X^* , la clausura de X con respecto a F.

Comienzo del Algoritmo

```

i ← 0
X(0) ← X
Repetir
    X(i+1) ← X(i)
    Repetir mientras exista Y → Z en F tal que Y ⊆ X(i)
        X(i+1) ← X(i+1) ∪ Z
    i ← i + 1
Hasta X(i) = X(i-1)
X* ← X(i)
    
```

Fin del Algoritmo

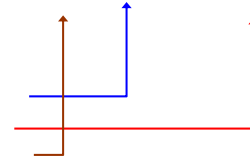
EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Clausura de X- Ejemplo

Sean F y X los siguientes conjuntos: **R (ABCDEG)**, **X=BD** y **F = { AB → C, CG → BD, D → EG, C → A, BE → C, BC → D, ACD → B, CE → AG }**,

X=BD

X⁽⁰⁾ = BD
 X⁽¹⁾ = BDEG
 X⁽²⁾ = BCDEG
 X⁽³⁾ = ABCDEG
 X⁽⁴⁾ = ABCDEG



Por lo tanto, $X^* = ABCDEG$.

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Ejercicios para Clausura de X

Sean:

R(ABEGJIH) y **F = { AB → E, AG → J, BE → I, E → G, GI → H }**.

- Algunos ejemplos de clausuras de atributos con respecto a F:
 - $AB^+ = ABEIGHJ$
 - $AG^+ = AGJ$.
 - $A^+ = A$.
 - $BE^+ = BEIGH$.

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Clausura de conjuntos de DF's

¿Cómo saber si vale $F \models X \rightarrow Y$?

Verifico que X → Y pertenezca a la **clausura del conjunto de df's F (F⁺)**

Verifico que Y esté contenido en la **clausura del conjunto de atributos X (X⁺)** con respecto a F

Poco práctico

Algoritmo de Clausura_X

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Usos de X⁺

Resultados:

1. Para comprobar si un conjunto **X** de atributos **es una superllave** de R: $R \subseteq X^*$.
2. Para testear si F deduce lógicamente una dependencia funcional $X \rightarrow Y$ (**F | = {X → Y}**)
 - $F \models \{X \rightarrow Y\} \equiv \{X \rightarrow Y\} \subseteq F^+ \equiv Y \subseteq (X^+)_F$.
3. Para calcular **F⁺**
 - Por cada subconjunto de atributos $X \subseteq R$, calcular X^* , y por cada subconjunto de atributos $S \subseteq X^*$, agregar a F^+ la dependencia funcional $X \rightarrow S$.

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Ejercicios

- Sea **R = (ACDELMNPS)** y F el siguiente conjunto de df's:
 - $F = \{E \rightarrow NS, NL \rightarrow EMD, EN \rightarrow LCD, C \rightarrow S\} \cup \{D \rightarrow M, M \rightarrow D, EPD \rightarrow AE, NLCP \rightarrow A\}$
- Verificar que los siguientes conjuntos son superllaves de R según F:
 - DLMNP.
 - EMNPS.
 - ACDLNP.
 - ACEP.

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Otros Resultados

Algoritmo Deduce (F, df)

Datos de Entrada: un conjunto de dependencias funcionales F y una dependencia funcional $X \rightarrow Y$.

Datos de Salida: Pertenece (*verdadero* si $F \models X \rightarrow Y$, *falso* en caso contrario).

Comienzo del Algoritmo

Si $Y \subseteq \text{Clausura}_X(R, F, X)$ entonces
Deduce \leftarrow Verdadero

Sino

Deduce \leftarrow Falso

Fin del Algoritmo

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Algoritmo EsSuperLlave

Algoritmo EsSuperLlave (R, F, X)

Datos de Entrada: un conjunto de dependencias funcionales F , un esquema R y un conjunto de atributos $X \subseteq R$.

Datos de Salida: EsSuperLlave (*verdadero* si X es superllave de R , *falso* en caso contrario).

Comienzo del Algoritmo

Si $R \subseteq \text{Clausura}_X(R, F, X)$ entonces
EsSuperLlave \leftarrow Verdadero

Sino

EsSuperLlave \leftarrow Falso

Fin del Algoritmo

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Algoritmo EsLlave

Algoritmo EsLlave (R, F, X)

Datos de Entrada: un conjunto de dependencias funcionales F , un esquema R y un conjunto de atributos $X \subseteq R$.

Datos de Salida: EsLlave (*verdadero* si X es llave de R , *falso* en caso contrario).

Comienzo del Algoritmo

Si $R \subseteq \text{Clausura}_X(R, F, X)$ entonces **&& X es superllave**

Si existe $W \subset X$ tal que $R \subseteq \text{Clausura}_X(R, F, W)$ entonces

&& X tiene atributos demás

EsLlave \leftarrow Falso

Sino { X es llave }

EsLlave \leftarrow Verdadero

Sino

&& X no es llave ni superllave

EsLlave \leftarrow Falso

Fin del Algoritmo

Temas de la Clase de hoy

- Problemas de diseño
- Teoría Relacional
 - Dependencias Funcionales
 - Clausura de un conjunto de dependencias.
 - Clausura de un conjunto de atributos.
 - Algoritmos:
 - Clausura_X, Pertence, esSuperllave, esLLave
- Bibliografía:
 - *Database System Concepts*. A. Silberschatz. Capitulo 7.
 - *Principles of Database and Knowledge Based Systems*. Jeffrey Ullman. Capitulo 7

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini

Notación – Repaso

- **R, S** ... esquemas de relación.
- **r, s, r(R)**, ... relaciones bajo un esquema de relación.
- **W, X, Y** ... conjunto de atributos.
- **A, B, C** ... atributos simples.
- **F, G** conjuntos de dependencias funcionales definidos sobre algún esquema de relación

EBD2013_8 - Mg. Mercedes Vitturini