

# Arquitectura de Computadoras para Ingeniería

(Cód. 7526)  
1° Cuatrimestre 2016

Dra. Dana K. Urribarri  
DCIC - UNS



# Circuitos Secuenciales (continuación)

# Asignación de estados

En un sistema tipo pulso, para  $r$  estados se necesitan  $n$  elementos de memoria tal que:

$$2^{n-1} < r \leq 2^n$$

Para  $r = 3$ ,  $n = 2$

Para  $r = 6$ ,  $n = 3$

Los  $r$  estados se pueden nombrar de

$$P(2^n, r) = \frac{2^n!}{(2^n - r)!}$$

maneras (aparentemente) diferentes.

# Asignación de estados

Del total de posibilidades hay algunas que aparentan ser diferentes, pero los circuitos resultantes son iguales.

A) Si difieren en columnas complementadas.

$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0



En vez de  $Q$  se toma  $\bar{Q}$ .

B) Si difieren en el orden de las columnas.

$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0



Sólo cambia el nombre.

# Asignación de estados

De la cantidad inicial de permutaciones

$$P(2^n, r) = \frac{2^n!}{(2^n - r)!}$$

A) Si difieren no en columnas complementadas, se reduce en  $2^n$

B) Si no difieren en el orden de las columnas, se reduce en  $n!$

El total de posibilidades realmente diferentes será:

$$\frac{(2^n - 1)!}{(2^n - r)! n!}$$

# Asignación de estados

- En un circuito pulso, aunque asignaciones diferentes resultan en circuitos diferentes, cualquier asignación funciona correctamente.

No nos preocupamos por cuál es la mejor asignación.

- Observación: En un circuito por nivel, no cualquier asignación funciona correctamente (condición de carrera)

# Expresiones del próximo estado

- $B$  bits ( $y_1, y_2, \dots, y_B$ ) para los estados
- $E$  pulsos de entrada ( $x_1, x_2, \dots, x_E$ )
- $B$  FF, uno por cada bit de los estados.
- Para cada bit  $i$  hay que hallar las funciones de entrada

$$\begin{aligned} f(y_1, y_2, \dots, y_B, x_1, x_2, \dots, x_E) &= \\ &= g_1(y_{1..b}) x_1 + \dots + g_E(y_{1..b}) x_E \end{aligned}$$

del FF  $i$  para las cuáles el próximo estado de  $y_i$  sea  $y_i^+$ .

# Expresiones del próximo estado

- Ejemplo pulsos:
  - 4 estados
  - 2 entradas pulso ( $x_1$  y  $x_2$ )
  - Salida pulso.

$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
0	0	11/0	00/0
1	1	01/0	00/0
0	1	10/0	00/1
1	0	10/0	00/0

# Expresiones del próximo estado

Implementación con FF SR

$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
0	0	11/0	00/0
1	1	01/0	00/0
0	1	10/0	00/1
1	0	10/0	00/0

$Q \rightarrow Q^+$	S	R
$0 \rightarrow 0$	0	*
$0 \rightarrow 1$	1	0
$1 \rightarrow 0$	0	1
$1 \rightarrow 1$	*	0

Para  $y_1^+$

$S_1$ :

		$X_1$	
		$y_2$	
$y_1$		0	1
0		1	1
1		*	0

$R_1$ :

		$X_1$	
		$y_2$	
$y_1$		0	1
0		0	0
1		0	1

$$S_1 = \bar{y}_1$$

$$R_1 = y_1 y_2$$

$S_2$ :

		$X_2$	
		$y_2$	
$y_1$		0	1
0		0	0
1		0	0

$R_2$ :

		$X_2$	
		$y_2$	
$y_1$		0	1
0		*	*
1		1	1

$$S_2 = 0$$

$$R_2 = 1$$

# Expresiones del próximo estado

Implementación con FF SR

$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
0	0	11/0	00/0
1	1	01/0	00/0
0	1	10/0	00/1
1	0	10/0	00/0

$Q \rightarrow Q^+$	S	R
0 → 0	0	*
0 → 1	1	0
1 → 0	0	1
1 → 1	*	0

Para  $y_2^+$

$S_1$ :

		$X_1$	
		$y_2$	
$y_1$		0	1
0		1	0
1		0	*

$S_2$ :

		$X_2$	
		$y_2$	
$y_1$		0	1
0		0	0
1		0	0

$R_1$ :

		$y_2$	
		0	1
$y_1$		0	1
0		0	1
1		*	0

$R_2$ :

		$y_2$	
		0	1
$y_1$		0	1
0		*	*
1		1	1

$$S_1 = \bar{y}_1 \bar{y}_2$$

$$R_1 = \bar{y}_1 y_2$$

$$S_2 = 0$$

$$R_2 = 1$$

# Expresiones del próximo estado

- Para el bit 1 del próximo estado, se tiene que:

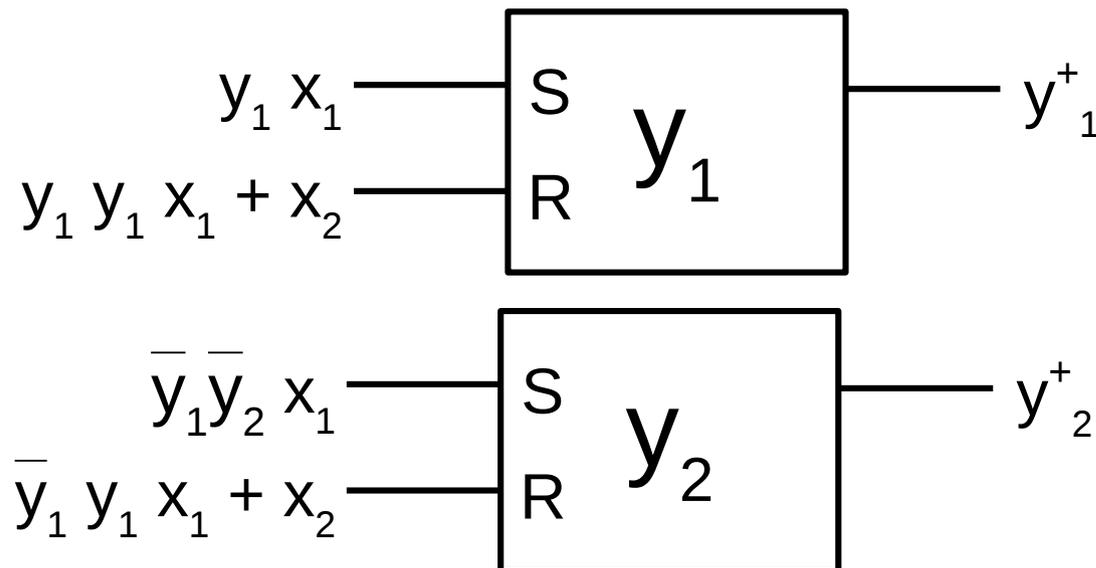
$$\left. \begin{array}{l} - S_1 = \bar{y}_1 \\ - R_1 = y_1 y_2 \end{array} \right\} X_1$$

$$\left. \begin{array}{l} - S_2 = 0 \\ - R_2 = 1 \end{array} \right\} X_2$$

- Para el bit 2 del próximo estado, se tiene que:

$$\left. \begin{array}{l} - S_1 = \bar{y}_1 \bar{y}_2 \\ - R_1 = \bar{y}_1 y_2 \end{array} \right\} X_1$$

$$\left. \begin{array}{l} - S_2 = 0 \\ - R_2 = 1 \end{array} \right\} X_2$$



# Expresiones del próximo estado

- Ejemplo niveles + clock (ej. formulación):
  - 3 estados
  - 2 entradas nivel (A y B) y una señal de reloj
  - 1 salida nivel z.

$y_1y_2$	$x_1x_2$	$x_1\bar{x}_2$	$\bar{x}_1x_2$	$\bar{x}_1\bar{x}_2$	Z
<b>01</b>	01	01	01	11	0
<b>10</b>	10	01	01	11	1
<b>11</b>	10	01	01	11	0

# Expresiones del próximo estado

## Implementación con FF T

$y_1y_2$	$x_1x_2$	$x_1\bar{x}_2$	$\bar{x}_1x_2$	$\bar{x}_1\bar{x}_2$	Z
01	01	01	01	11	0
10	10	01	01	11	1
11	10	01	01	11	0

$Q \rightarrow Q^+$	T
0 → 0	0
0 → 1	1
1 → 0	1
1 → 1	0

$T_1(y_1, y_2, x_1, x_2)$

$y_1y_2 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	*	*	*	*
01	1	0	0	0
11	0	1	0	1
10	0	1	0	1

$$T_1 = \bar{y}_1\bar{x}_1\bar{x}_2 + y_1\bar{x}_1x_2 + y_1x_1\bar{x}_2$$

# Expresiones del próximo estado

## Implementación con FF T

$y_1y_2$	$x_1x_2$	$x_1\bar{x}_2$	$\bar{x}_1x_2$	$\bar{x}_1\bar{x}_2$	Z
01	01	01	01	11	0
10	10	01	01	11	1
11	10	01	01	11	0

$Q \rightarrow Q^+$	T
0 → 0	0
0 → 1	1
1 → 0	1
1 → 1	0

$$T_2(y_1, y_2, x_1, x_2)$$

		$x_1x_2$			
		00	01	11	10
$y_1y_2$	00	*	*	*	*
	01	0	0	0	0
	11	0	0	1	0
	10	1	1	0	1

$$T_2 = y_1\bar{y}_2\bar{x}_2 + y_1\bar{y}_2\bar{x}_1 + y_1y_2x_1x_2$$

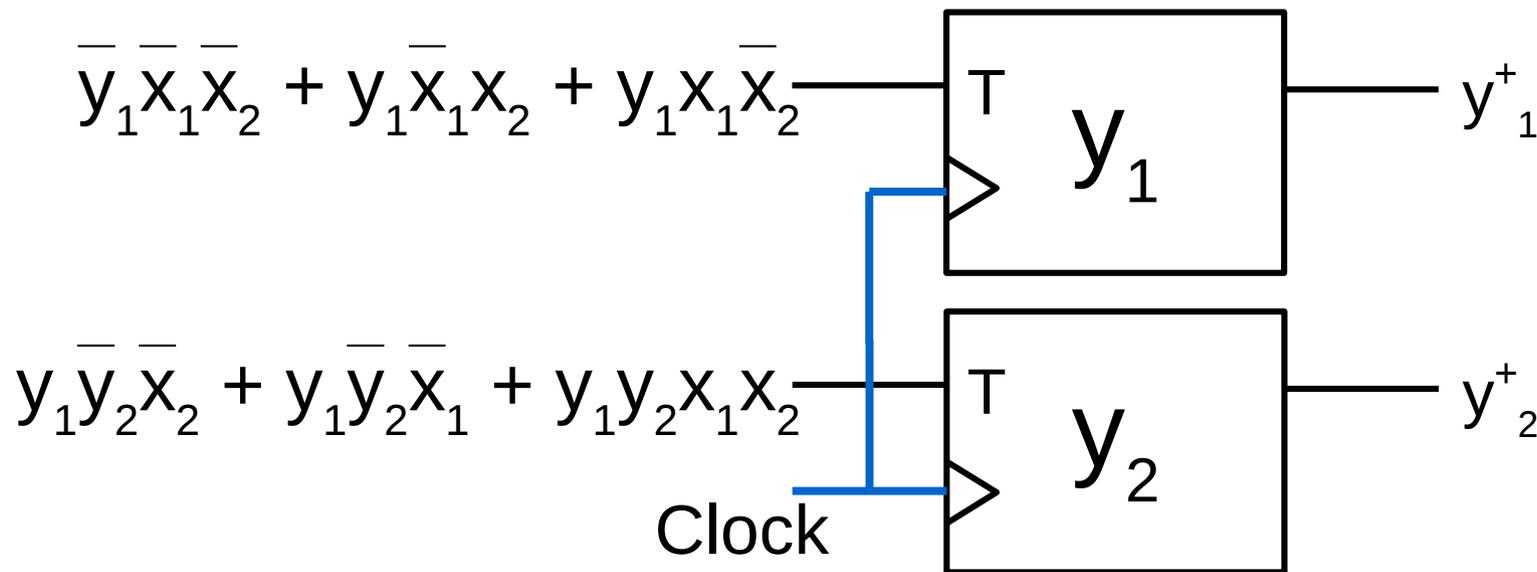
# Expresiones del próximo estado

Para el bit 1 del próximo estado, se tiene que:

$$T_1 = \bar{y}_1 \bar{x}_1 \bar{x}_2 + y_1 \bar{x}_1 x_2 + y_1 x_1 \bar{x}_2$$

Para el bit 2 del próximo estado, se tiene que:

$$T_2 = y_1 \bar{y}_2 \bar{x}_2 + y_1 \bar{y}_2 \bar{x}_1 + y_1 y_2 x_1 x_2$$



# Expresiones de salida

- Derivar la salida a partir de la tabla de estados

$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
0	0	11/0	00/0
1	1	01/0	00/0
0	1	10/0	00/1
1	0	10/0	00/0

→

$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
0	0	0	0
1	1	0	0
0	1	0	1
1	0	0	0

$z(x_1)$ :

	$y_2$	0	1
$y_1$	0	0	0
	1	0	0

$z(x_2)$ :

	$y_2$	0	1
$y_1$	0	0	1
	1	0	0

$$z(x_1, x_2) = 0 x_1 + \bar{y}_1 y_2 x_2 = \bar{y}_1 y_2 x_2$$

# Implementación

Última Etapas del diseño.

Implementación con compuertas, FF, multiplexores, decoders, dispositivos programables, etc.

# Bibliografía

- Capítulo 4. Morris Mano, Kime & Martin. *Logic and computer design fundamentals*. Prentice Hall (5ta Ed. 2015)
- Capítulo suplementario “Design and Analysis using JK and T flip-flops”. Morris Mano, Kime & Martin. *Logic and computer design fundamentals*.  
[http://wps.pearsoned.com/ecs\\_mano\\_lcdf\\_5/248/63706/16308896.cw/index.html](http://wps.pearsoned.com/ecs_mano_lcdf_5/248/63706/16308896.cw/index.html)



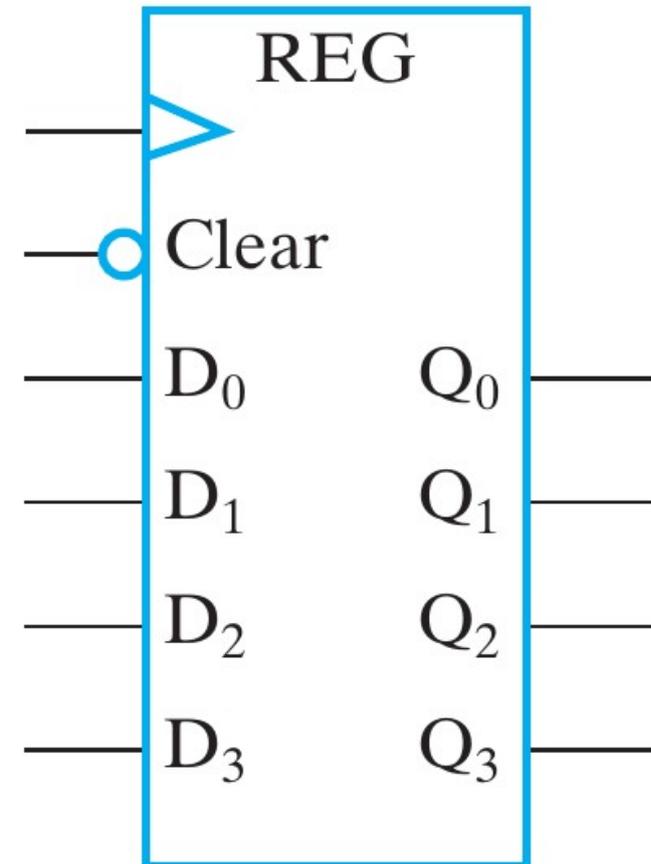
# Registros y Contadores

# Contadores y registros

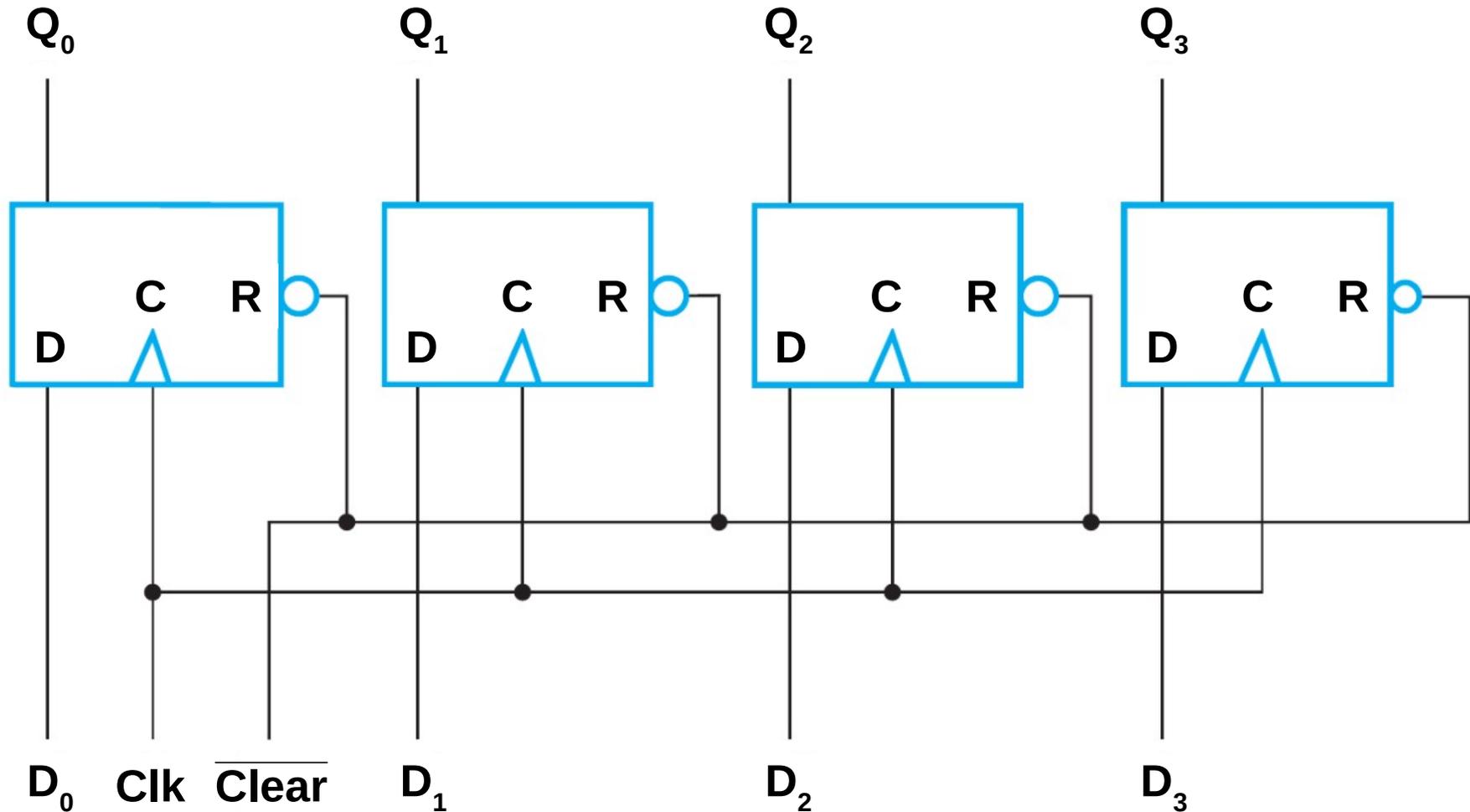
- Registro
  - Grupo de FF que comparten el reloj, cada uno almacena un bit de información. Un registro de  $n$ -bits consiste de  $n$  FF.
  - Además de los FF, puede haber compuertas que realicen alguna tarea sobre los datos.
- Contador:
  - Un grupo de FF que comparte el reloj y pasan por una secuencia predefinida de estados binarios.

# Registro

- El más simple consiste solo de FF. No tiene compuertas.
- Las entradas  $D_i$  determinan las salidas  $Q_i$  con cada flanco positivo del reloj.
- La señal  $\overline{\text{Clear}}$  resetea las salidas del registro.



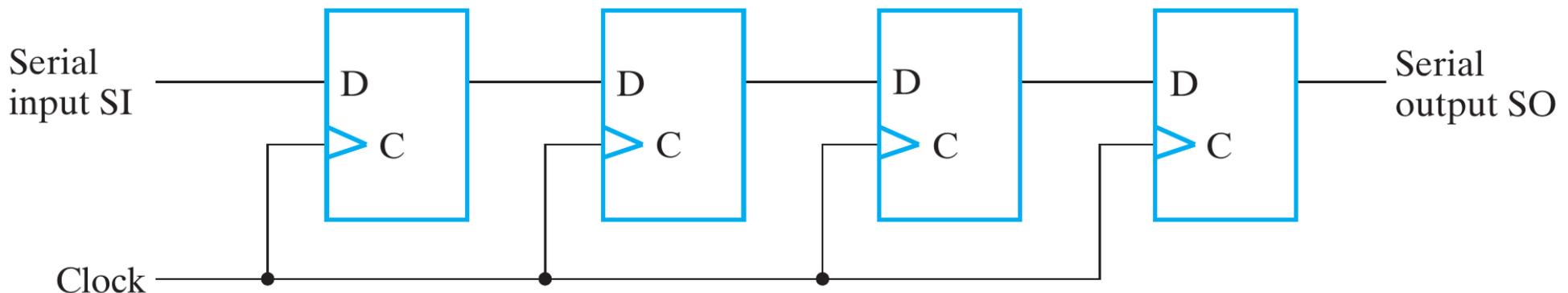
# Registro



Un reloj común dispara todos los FF y el dato binario disponible en las entradas D se transfiere a las salidas Q.

# Registro de desplazamiento (shift)

- Registro con la capacidad de desplazar, en una dirección seleccionada, la información binaria en cada FF al FF vecino.
  - Shift a derecha:  $(z_0, z_1, \dots, z_n) \rightarrow (0, z_0, z_1, \dots, z_{n-1})$
  - Cadena de FF con reloj común.



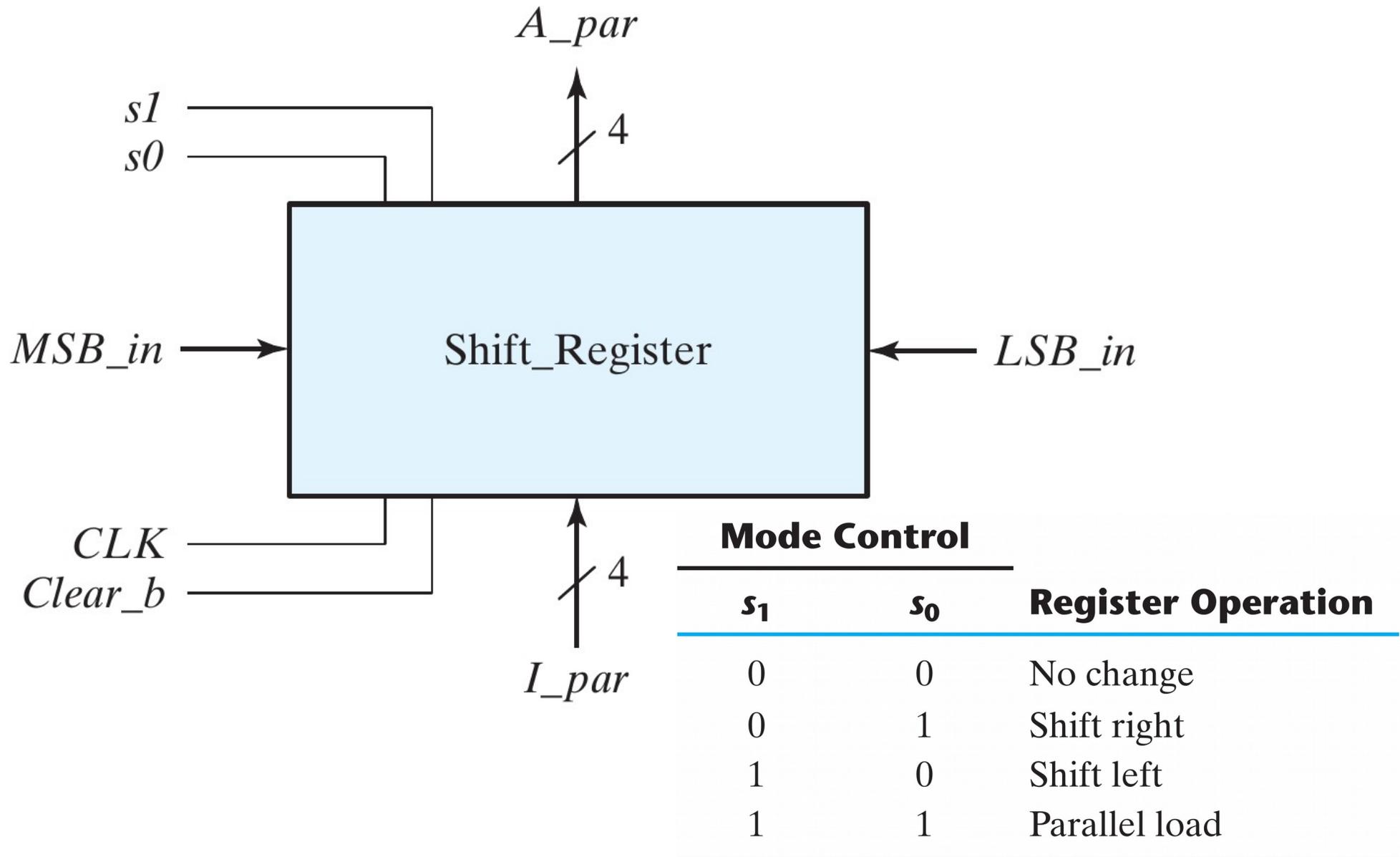
# Registro de desplazamiento (shift)

El registro de desplazamiento más general permite:

- Clear para poner el registro en 0
- Entrada de reloj
- Control para desplazar a derecha, con líneas de entrada y salida seriales.
- Control para desplazar a izquierda, con líneas de entrada y salida seriales.
- Control de carga paralela y líneas de entradas asociadas.
- Líneas de salida paralela
- Control para habilitar/deshabilitar cambios en la salida en respuesta al reloj.

Utilidad: conversión serie en paralelo y viceversa.

# Registro de desplazamiento (shift)



# Contador

- Registro que cicla a través de una secuencia predefinidas de estados en respuesta a un pulso de entrada.
- El pulso de entrada puede
  - ser un pulso de reloj u originado por una fuente externa
  - ocurrir a intervalos fijos de tiempo o random.
- Los contadores pueden diferir en módulo, sincrónicos o asincrónicos, hacia arriba (up) o hacia abajo (down).

# Contadores asincrónicos

- Son contadores *ripple*
- El clock dispara los cambios en un FF.
- La salida de ese FF sirve como fuente de disparo de los demás FF.
  - Contador binario en ripple

# Contador binario asincrónico

- Contador que cicla a través de la secuencia de números binarios.
- Un contador binario de  $n$ -bits consiste de  $n$  FF y puede contar, en binario, desde 0 hasta  $2^n - 1$ .

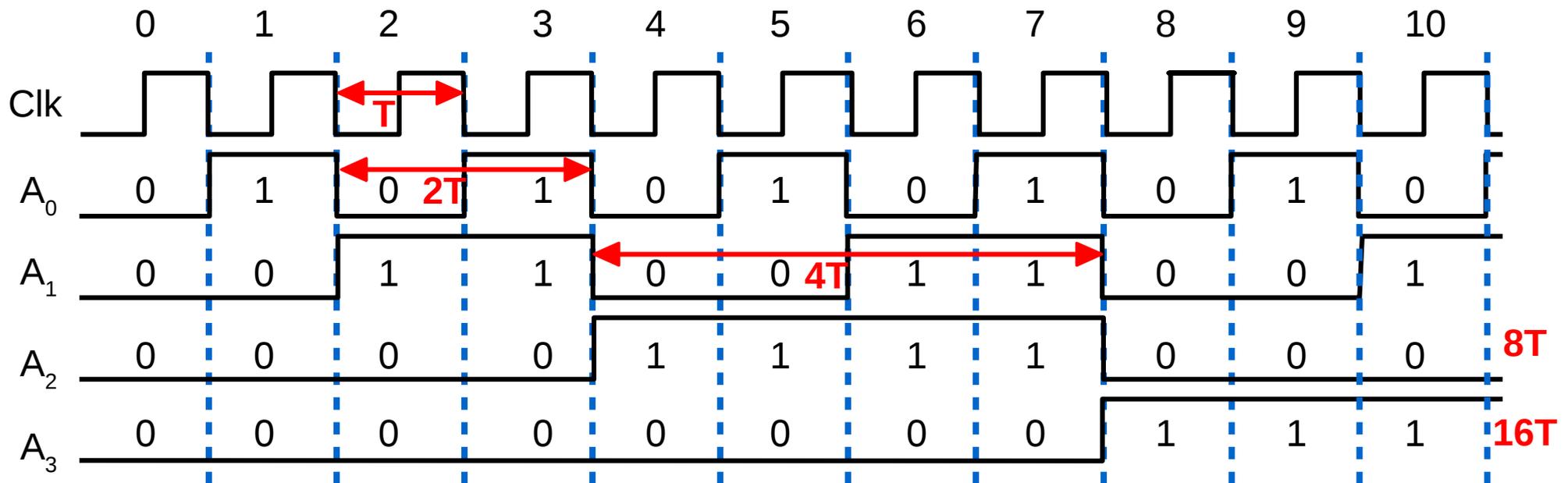
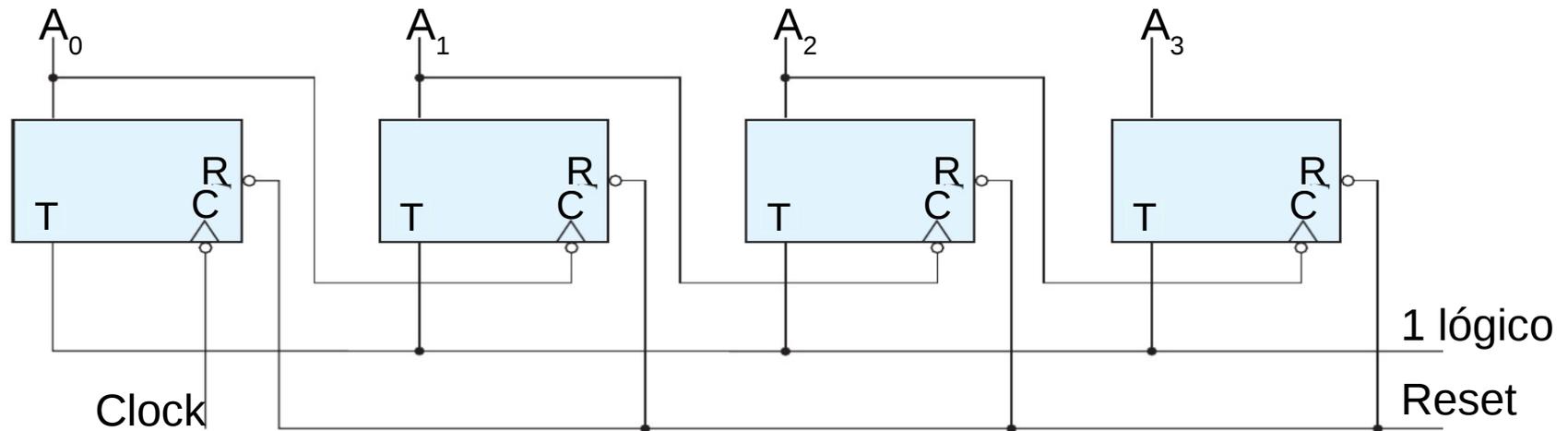
*Binary Count Sequence*

$A_3$	$A_2$	$A_1$	$A_0$
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0

# Contador binario asincrónico

- El contador binario en ripple consiste de una serie de FF complementados conectados.
  - La salida de cada FF se encuentra conectada al reloj del FF del bit siguiente.
  - El FF del bit menos significativo recibe el pulso de entrada.
- Puede implementarse con FF T, FF JK con ambas entradas en 1 o con FF D usando la salida complementada.

# Contador binario asincrónico



Funciona como un divisor de frecuencia.

# Contadores sincrónicos

- En un contador sincrónico, todos los FF reciben la misma entrada de reloj.
- El reloj común dispara todos los FF simultáneamente.
- La evolución del contador está dada por las funciones de entrada.
  - Contador binario
  - Contador anillo (ring counter)
  - Contador Möbius (Contador Johnson)

# Contador binario

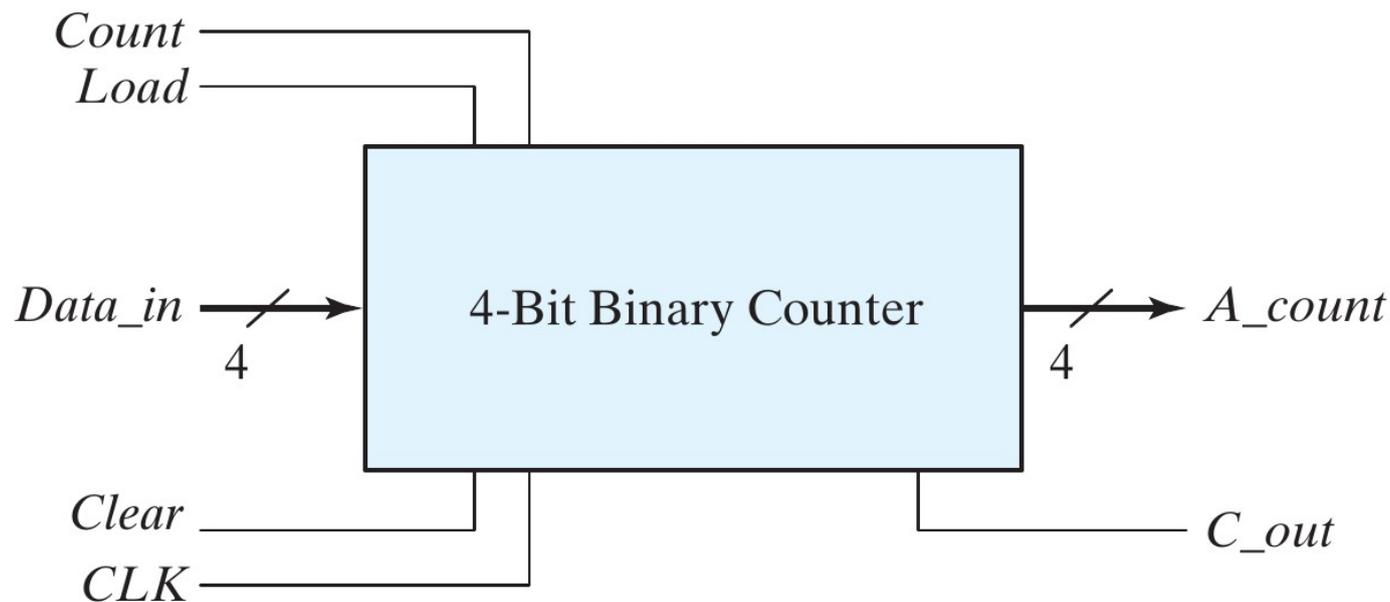
- Un contador binario de  $n$ -bits consiste de  $n$  FF y puede contar, en binario, desde 0 hasta  $2^n-1$ .
- El bit menos significativo cambia siempre.
- El resto de los bits, cambian cuando todos los bits anteriores estaban en 1.
  - Ó cuando el bit inmediato anterior, estaban en 1 y debe pasar a 0.
  - 000**1** → 00**10**
  - 00**11** → 0**100**
  - 0**111** → **1000**

ABCD	A+B+C+D+
0000	0001
0001	0010
0010	0011
0011	0100
0100	0101
0101	0110
0110	0111
0111	1000
1000	1001
1001	1010
1010	1011
1011	1100
1100	1101
1101	1111
1111	0000



# Contador binario carga paralela

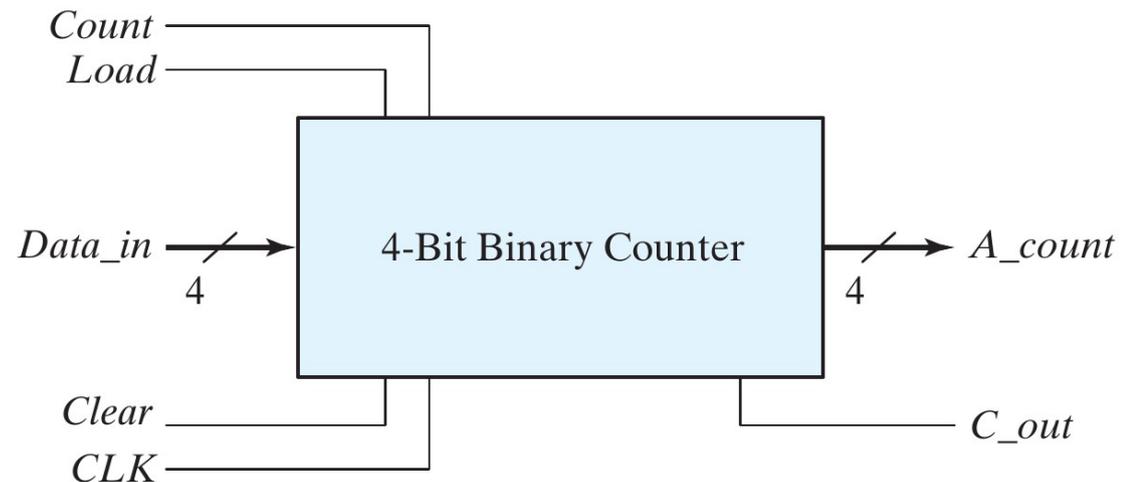
- Flexibiliza el uso de los contadores.
- La carga paralela permite modificar el estado del contador *antes* de la operación de cuenta.



# Contador binario carga paralela

Cuando Load es 1, se deshabilita la cuenta y se transfiere el valor de las entradas al estado del contador.

Cuando Load y Count están en 0, los pulsos del reloj no cambian el estado del contador.



Clear	CLK	Load	Count	Function
0	X	X	X	Clear to 0
1	↑	1	X	Load inputs
1	↑	0	1	Count next binary state
1	↑	0	0	No change

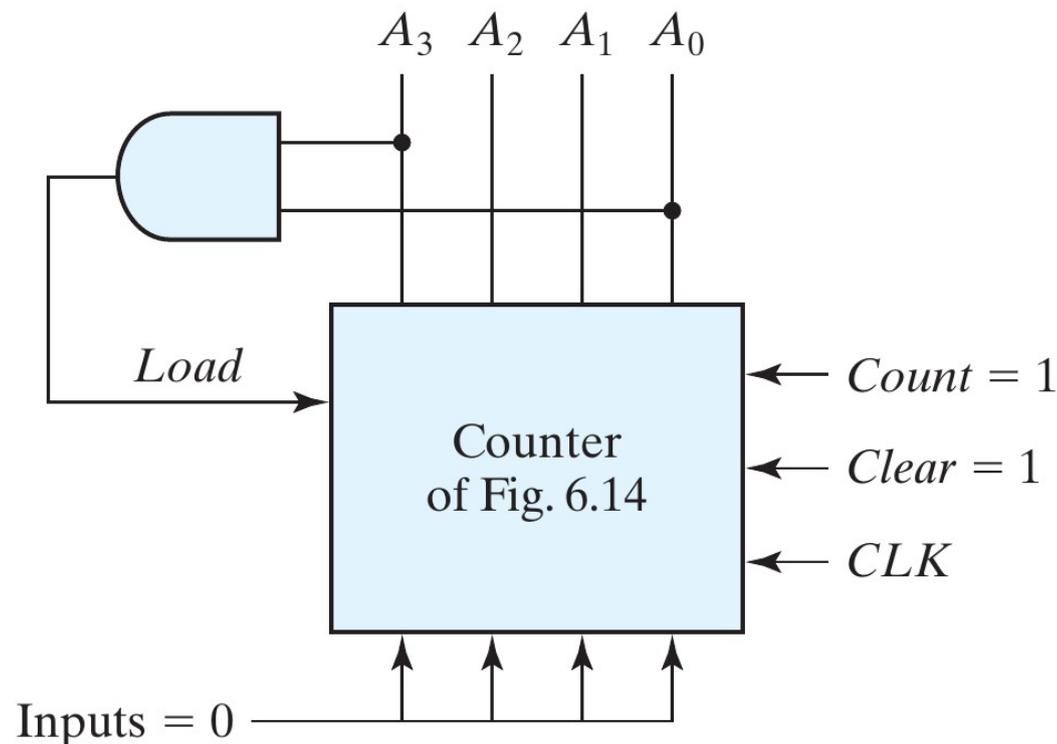
# Contador BCD

- Se puede diseñar un circuito secuencial de 4 FF a través de la tabla de estados:

ABCD	$A^+B^+C^+D^+$
0000	0001
0001	0010
0010	0011
0011	0100
0100	0101
0101	0110
0110	0111
0111	1000
1000	1001
1001	0000

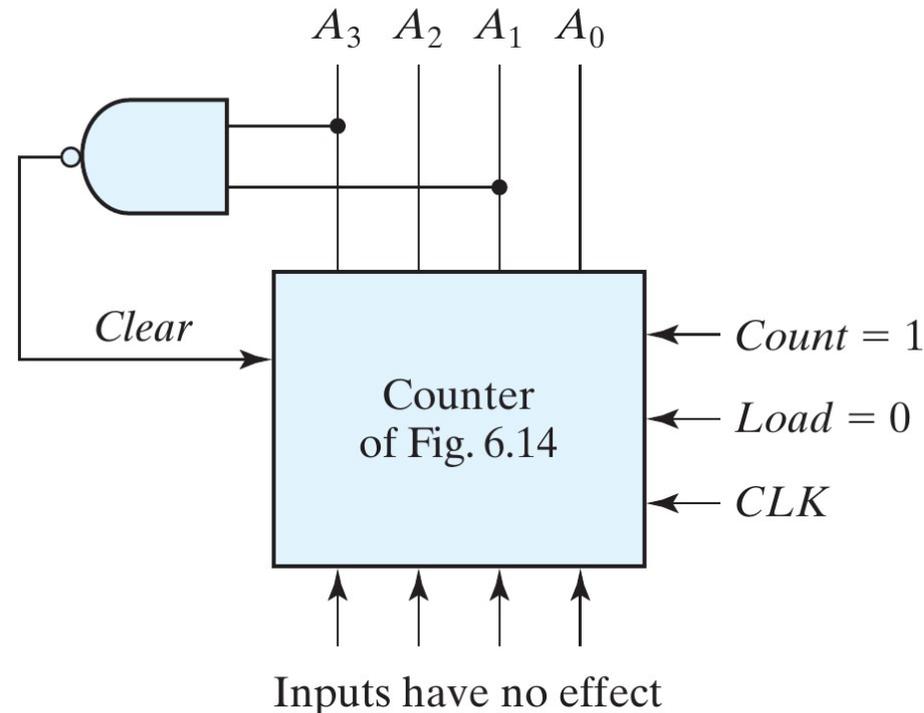
# Contador BCD

- Se puede usar un contador de carga paralela y codificar el estado 9 para cargar un 0 en el próximo pulso de reloj.



# Contador BCD

- También se *podría* usar la señal Clear del contador.

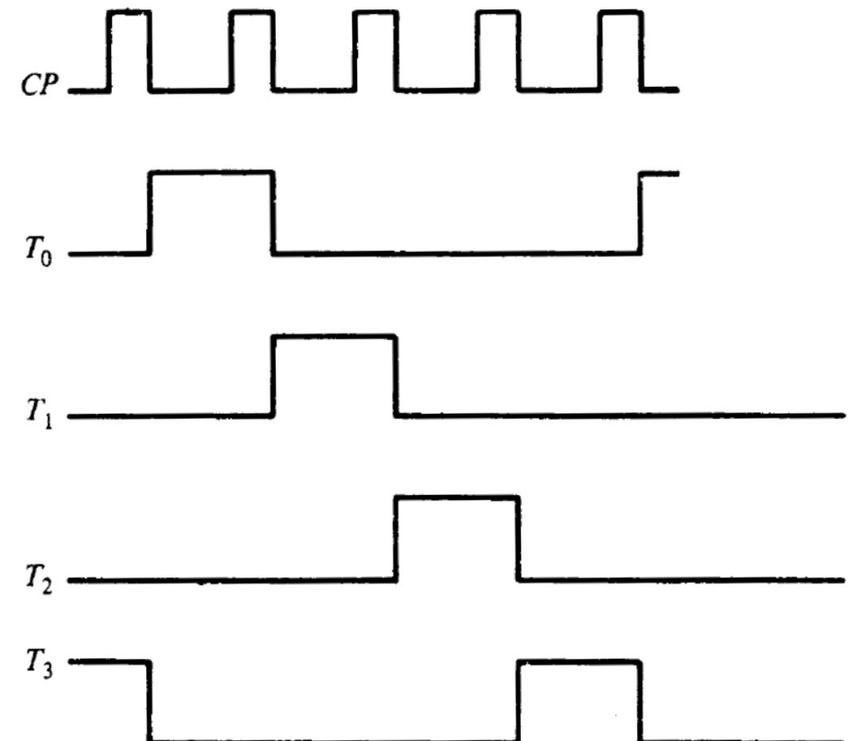


- El Clear no dependen del reloj. Inmediatamente cuando la salida es 1010 el registro se resetea.
- Tiempo despreciable, pero puede generar picos indeseables en la salida.

# Ring counter

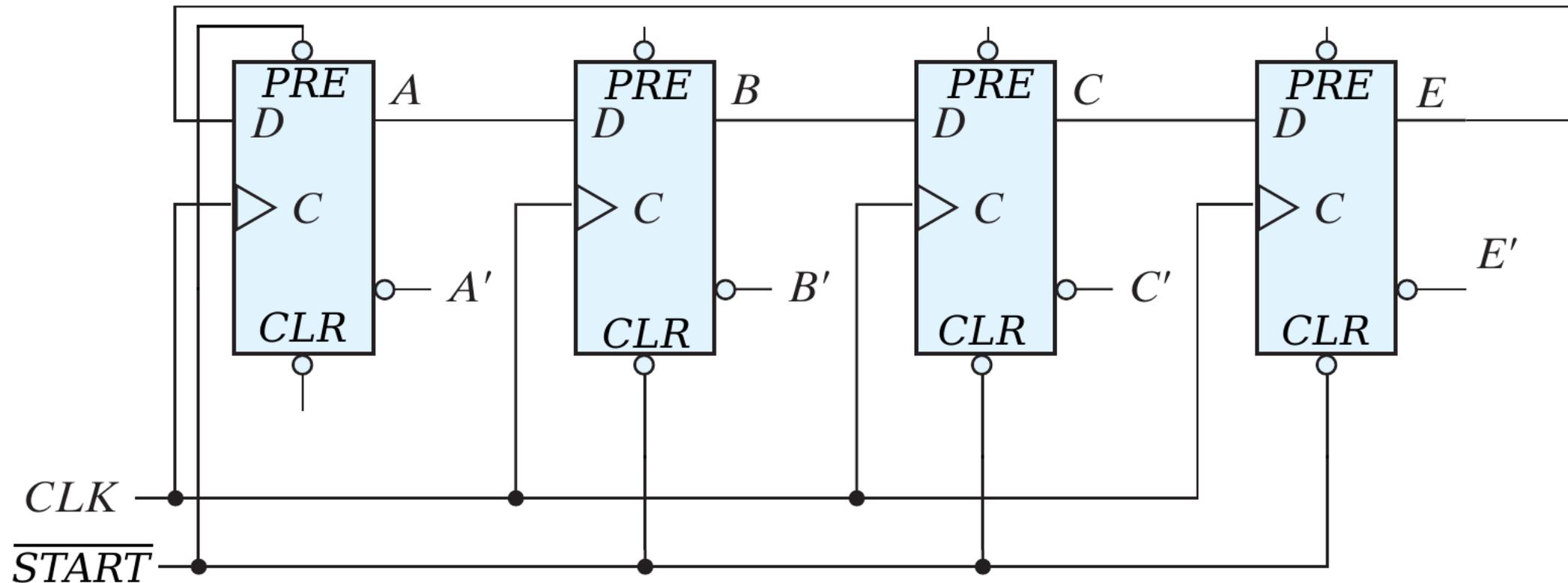
- Define una secuencia de estados con un único FF en 1 en cada momento. Todos los demás están en 0.
- Ese bit en 1 se desplaza de un FF al siguiente.
- Es costoso. Para un contador de  $n$  estados se necesitan  $n$  FF.
- Define  $n$  señales de temporizado.

ABCD	$A+B+C+D$
0001	0010
0010	0100
0100	1000
1000	0001



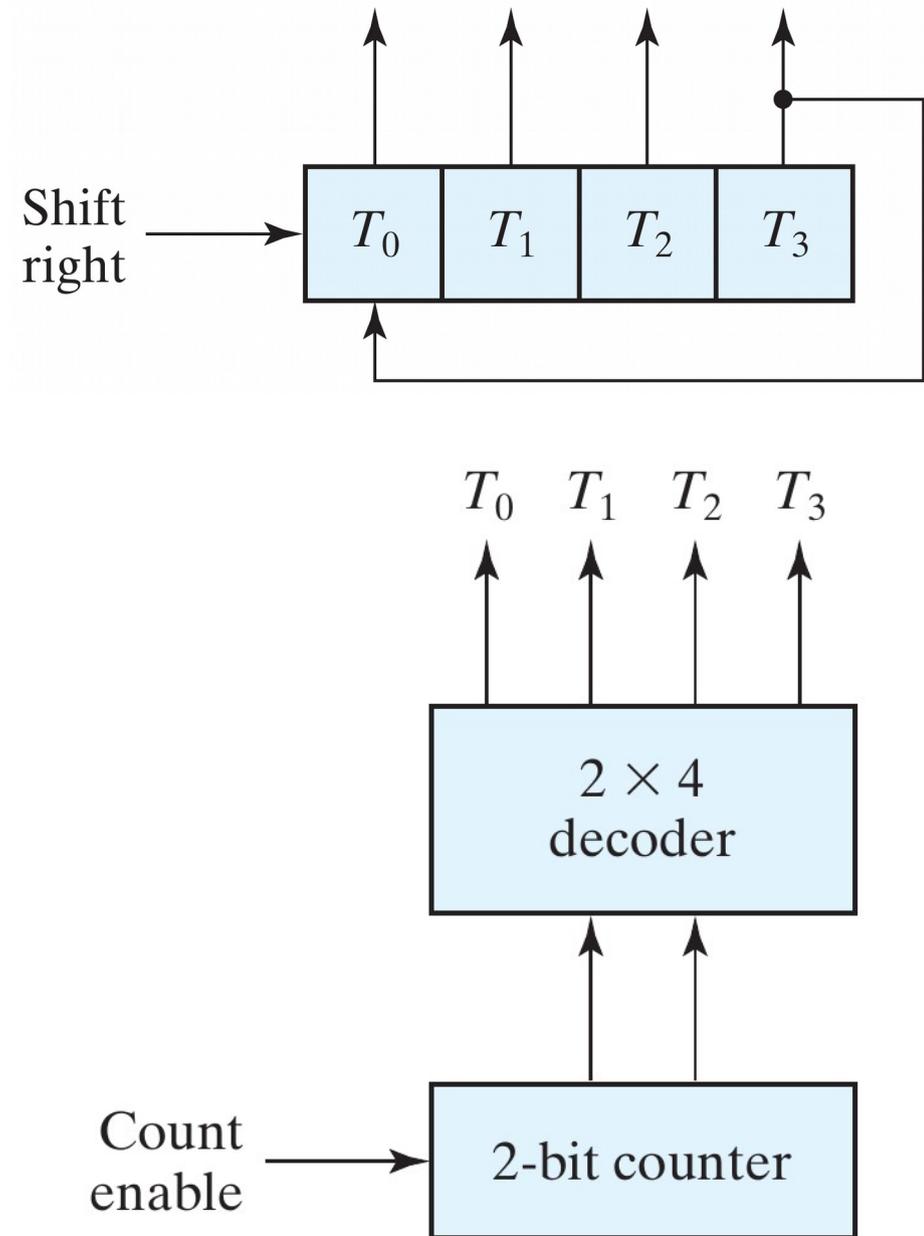
# Ring counter

- La implementación con FF requiere de FF con la capacidad de Preset/Clear



# Ring counter

- Puede implementarse como un registro de desplazamiento inicializado en 1000 y configurado de manera circular.
- Puede implementarse con contador binario y un decoder.



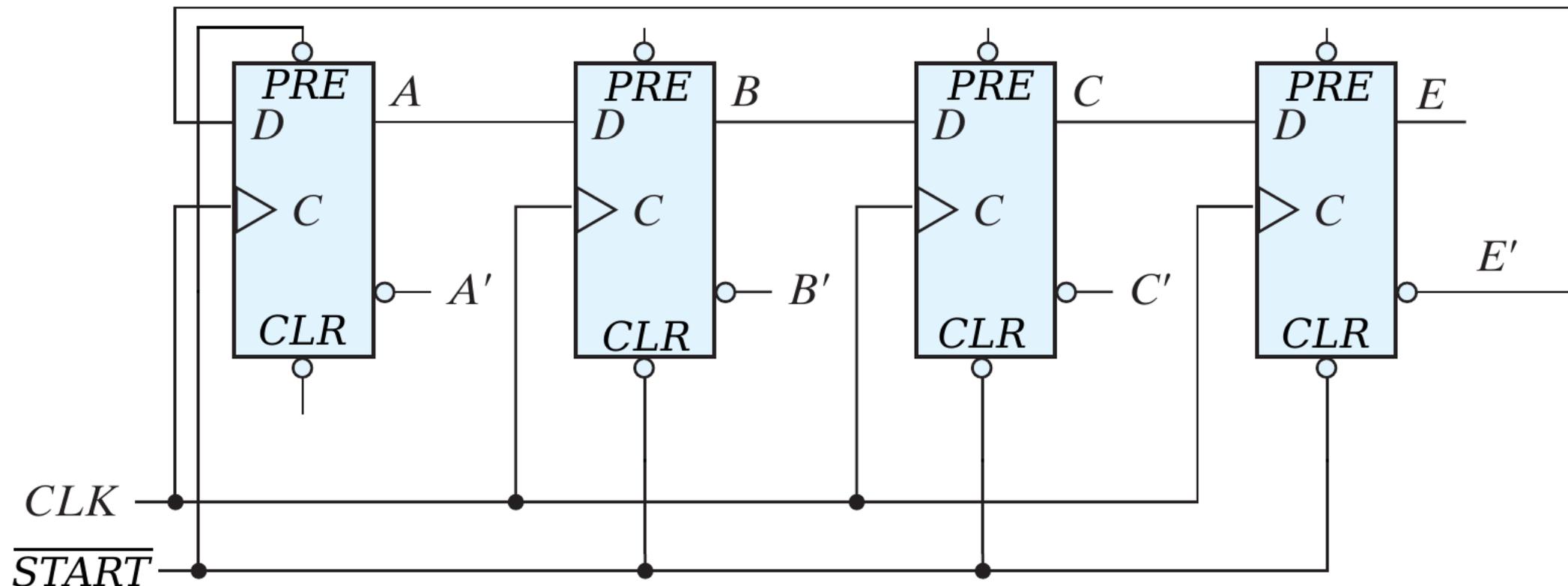
# Contador Möbius

- También llamado Contador Johnson.
- Similar al Ring counter.
- Con  $n$  FF logra  $2n$  estados.

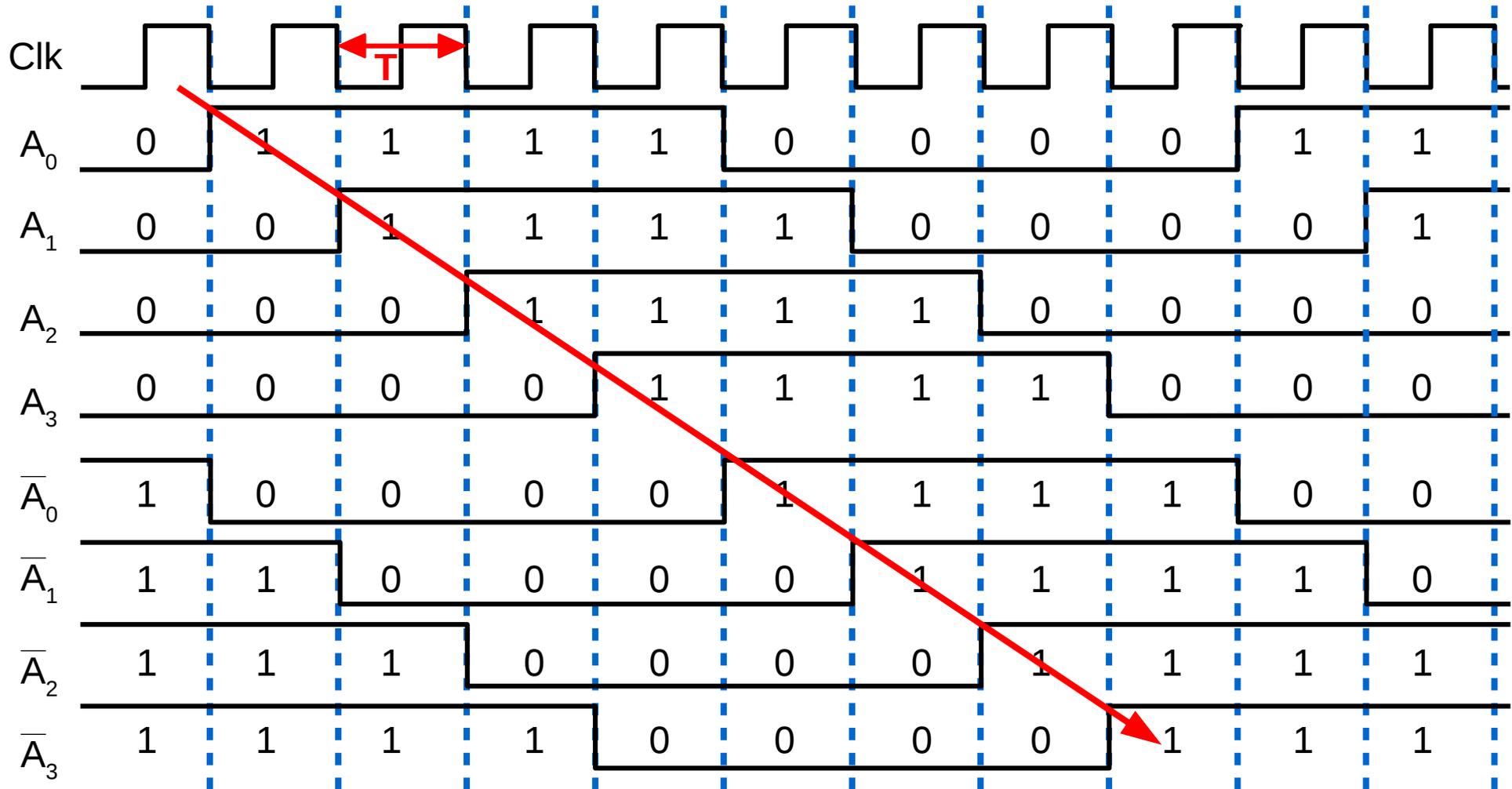
$A$	$B$	$C$	$E$
0	0	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0
1	1	1	0
1	1	1	1
0	1	1	1
0	0	1	1
0	0	0	1

# Contador Möbius

Duplica la cantidad de estados conectando la salida negada del último FF a la entrada del primero.



# Contador binario asincrónico



Para  $n$  FF: tenemos  $2n$  señales, de período  $nT$ , desfasadas en  $T$ .

# Bibliografía

- Capítulo 6. M. Morris Mano & Michael D. Celetti. *Digital Design: With an Introduction to the Verilog HDL*. Pearson. (2015, 5ta Ed.)