

Fuzzy Logic (Lógica Difusa)

Lógica para Ciencias de la Computación

Primer Cuatrimestre de 2009

– Material Adicional –

Motivación

- La lógica difusa es una de las ramas de la matemática.
- Permite que las computadoras puedan modelar el mundo de una manera similar a la adoptada por las personas.
- Provee un mecanismo simple para razonar con información vaga, ambigua o imprecisa.

2

Ventajas

- La lógica clásica no admite espacios grises entre lo “verdadero” y lo “no verdadero”, también conocido como “falso”.
- Muchos de los conceptos que manipulamos a diario no encajan en esa categoría:
 - ¿Hace frío?
 - ¿Es pesado eso?
 - ¿Sigo siendo joven?

3

Difuso vs. Preciso

- La lógica difusa permite definir conceptos incluso aún cuando no estén formulados de forma precisa.
- Para poder abordar esta lógica es necesario entender la relación existente entre la lógica clásica y los conjuntos convencionales.
- Este punto de contacto lo provee el álgebra asociada a la lógica en cuestión.

4

Relación entre la Lógica y los Conjuntos

- Sea $p(X)$ el predicado “ X es par”, y sea $q(X)$ el predicado “ X es menor a 10”.
 - P denota al conjunto $\{0, 2, 4, \dots\}$
 - Q denota al conjunto $\{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$
 - $\neg P$ denota al conjunto $\{1, 3, 5, \dots\}$
 - $P \wedge Q$ denota al conjunto $\{0, 2, 4, 6, 8\}$
 - $P \vee Q$ denota al conjunto $\{0, \dots, 9, 10, 12, \dots\}$

5

Función de Pertenencia

- Hemos visto que todo conjunto tiene asociado una función de pertenencia.
- La idea es que a partir de un cierto elemento se pueda determinar si éste pertenece o no al conjunto en cuestión.
- La teoría de la lógica difusa se basa en el concepto de *conjunto difuso*, lo que conlleva al concepto de *función de pertenencia parcial* (también *difusa* o *gradual*).

6

¿Con Cuanta Temperatura Hace Mucho Calor?



- Bajo el acercamiento tradicional, 30° se considera caluroso, pero 28° no.
- En cambio, bajo el acercamiento difuso, tanto 28° como 30° se ubican en la frontera del conjunto difuso.

7

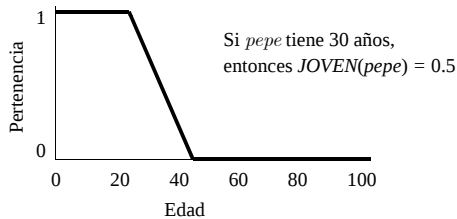
Función de Pertenencia Parcial (o Gradual)

- ¿Qué tan joven es pepe?
 - si pepe tiene 1 año, $JOVEN(pepe) = 1.0$.
- y se lee “pepe $\in$ JOVEN con grado 1.0” o “el grado de pertenencia de pepe a JOVEN es 1.0”
 - si pepe tiene 25 años, $JOVEN(pepe) = 0.8$.
 - si pepe tiene 35 años, $JOVEN(pepe) = 0.2$.
 - si pepe tiene 50 años, $JOVEN(pepe) = 0.00$.
- El grado de pertenencia de un elemento a un conjunto difuso se representa a través de un número en el intervalo real $[0, 1]$.

8

Función de Pertenencia Parcial

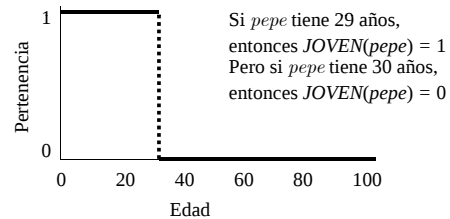
- ¿Qué tan joven es pepe?



9

Contraste con las Funciones de Pertenencia Usuales

- ¿Qué tan joven es pepe?



10

Funciones de Pertenencia Parciales vs. Probabilidades

- No deben confundirse las funciones de pertenencia parcial con las distribuciones de probabilidades, más allá de las aparentes similitudes.
- **Regla Práctica:** las probabilidades hablan de eventos que aún no han sucedido, mientras que la pertenencia o no a un conjunto es un evento del pasado.

11

Modificadores Difusos

- Una vez caracterizado un cierto concepto difuso (e.g., alto, caliente, elegante, etc.), se pueden crear infinitas variantes apelando a los modificadores difusos.
 - Si $A(X) = c$, “muy A ”(X) = c^2
 - Si $A(X) = c$, “muy muy A ”(X) = $(c^2)^2 = c^4$
 - Si $A(X) = c$, “apenas A ”(X) = $c^{1/2}$

12

Modificadores Difusos

- Si *pepe* tiene 25 años:
 - $JOVEN(pepe) = 0.80$
 - $muy\ JOVEN(pepe) = 0.80^2 = 0.64$
 - $muy\ muy\ JOVEN(pepe) = 0.80^4 = 0.41$
 - $apenas\ JOVEN(pepe) = 0.80^{1/2} = 0.89$
- Si *pepe* tiene 35 años:
 - $JOVEN(pepe) = 0.20$
 - $muy\ JOVEN(pepe) = 0.20^2 = 0.04$
 - $muy\ muy\ JOVEN(pepe) = 0.00$
 - $apenas\ JOVEN(pepe) = 0.20^{1/2} = 0.44$

13

Categorías de Modificadores Difusos

- Los modificadores difusos se clasifican en tres grandes categorías:
 - Los dilatadores, que diluyen el efecto del concepto difuso (eg., un tanto, apenas, etc.)
 - Los concentradores, que enfatizan el efecto del concepto difuso (eg., muy, requete, etc.)
 - Los contrastadores, que cambian el nivel de incertidumbre del concepto difuso (eg., tal vez).

14

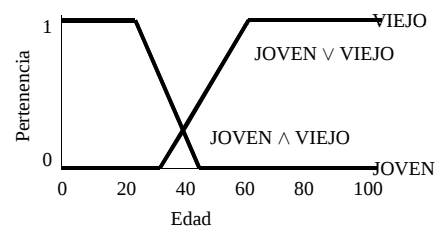
Lógica Difusa

- La lógica difusa se construye en torno a las funciones de pertenencia parcial.
- Estas funciones se estructuran en objetos de mayor complejidad mediante los conectivos lógicos usuales:
- Sean A y B funciones de pertenencia parcial. Para todo X, Y:
 - $A(X) \wedge B(Y) =_{def} \min(A(X), B(Y))$.
 - $A(X) \vee B(Y) =_{def} \max(A(X), B(Y))$.
 - $\neg A(X) =_{def} 1.0 - A(X)$.

15

Lógica Difusa

- Volviendo al ejemplo anterior:



16

Reglas Difusas

- Una regla difusa tiene la forma
Ant $\rightarrow$ Cons
- donde:
- Ant (antecedente) es una expresión involucrando "pertenencias difusas", modificadores difusos y operadores difusos (and, or y not).
 - Cons (consecuente) es simplemente una "pertenencia difusa"

17

Ejemplo

R1: Fresca(temp) $\rightarrow$ Alto(niv_cal)

"Si la temperatura es *fresca*, entonces el nivel a setear el calentador es *alto*".

R2: muy Joven(edad) $\wedge$ Alta(pot_auto) $\rightarrow$ Alto(riesgo)

"Si el (potencial) cliente de una aseguradora es *muy joven* y la potencia de su auto es *alta*, entonces el riesgo de asegurarlo es *alto*".

18

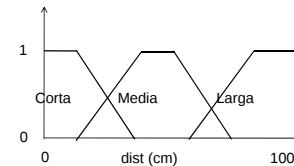
Ejemplo de Aplicación

- Para ilustrar la dinámica básica de un sistema difuso involucrando reglas, consideremos un ejemplo de aplicación simple.
- Dominio:
 - Robotito con ruedas que lleva café a los empleados de una empresa.
 - Pueden interponérsele obstáculos de manera imprevista (ejemplo, personas).
 - Debe frenar para evitar chocar, pero en lo posible debe hacerlo suavemente (sin brusquedad).
- Se desea implementar un sistema de control de freno para lograr un “frenado gradual”.
- Para ello se decide emplear lógica difusa.

19

Modelando Conceptos Difusos

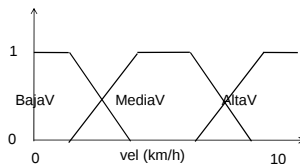
- Para calcular la potencia de frenado, el sistema difuso tendrá en cuenta la distancia del robot al obstáculo (distancia corta, media o larga).
- De esta forma se definen conjuntos difusos Corta, Media y Larga mediante las siguientes funciones de pertenencia difusa:



20

Modelando Conceptos Difusos

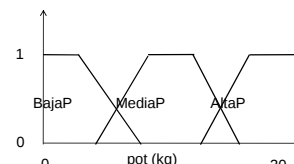
- Para calcular la potencia de frenado, también se tendrá en cuenta la velocidad de desplazamiento actual del robot (velocidad baja, media o alta).
- De esta forma se definen conjuntos difusos BajaV, MediaV y AltaV mediante las siguientes funciones de pertenencia difusa:



21

Modelando Conceptos Difusos

- Finalmente se definen conjuntos difusos de potencias de frenado (potencia alta, media y baja).
- Concretamente se definen conjuntos difusos BajaP, MediaP y AltaP mediante las siguientes funciones de pertenencia difusa:



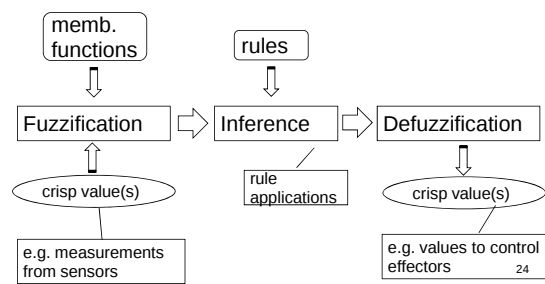
22

Reglas difusas

- R1: $\text{Corta}(\text{dact}) \wedge \text{algo AltaV}(\text{vact}) \rightarrow \text{AltaP}(\text{pot})$
 “Si la distancia actual al obstáculo (dact) es *corta* y la velocidad actual (vact) es *algo alta*, entonces la potencia de freno a aplicar (pot) es *alta*”.
- R2: $\text{Media}(\text{dact}) \wedge \text{MediaV}(\text{vact}) \rightarrow \text{MediaP}(\text{pot})$
- R3: $\text{Larga}(\text{DAct}) \vee \text{BajaV}(\text{VAct}) \rightarrow \text{BajaP}(\text{Pot})$

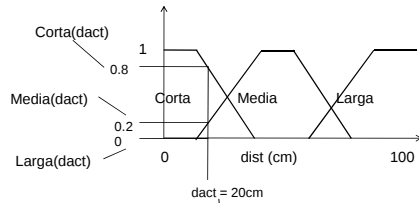
23

Dinámica Básica de un Sistema Difuso



24

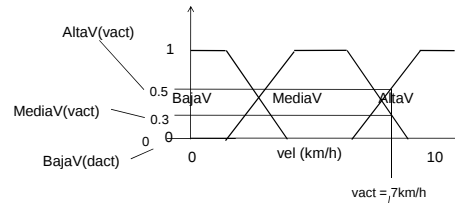
Fuzzificación



Distancia actual al obstáculo
(medida proveniente del sensor
de proximidad del robot)

25

Fuzzificación



Velocidad actual del robot
(medida proveniente del sensor
de velocidad)

26

Inferencia(1)

Corta(dact)=0.8

BajaV(vact)=0

Media(dact)=0.2

MediaV(vact)=0.3

Larga(dact) = 0

AltaV(vact) = 0.5

R1: $\text{Corta(dact)} \wedge \text{algo AltaV(vact)} \rightarrow \text{AltaP(pot)}$

$\min(0.8, 0.5^{1/2}) = 0.71 \rightarrow \text{Nivel de activación de la regla}$

R2: $\text{Media(dact)} \wedge \text{MediaV(vact)} \rightarrow \text{MediaP(pot)}$

0.2

R3: $\text{Larga(Dact)} \vee \text{BajaV(VAct)} \rightarrow \text{BajaP(Pot)}$

0

27

Inferencia(2)

- Existen diferentes formas de definir el resultado de una regla.
- Uno de los métodos más usados y simples consiste en dar a la función de pertenencia del consecuente el valor de verdad asociado a la premisa.

28

Inferencia(2')

R1: $\text{Corta(dact)} \wedge \text{algo AltaV(vact)} \rightarrow \text{AltaP(pot)}$

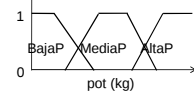
0.71

29

Inferencia(2')

R1: $\text{Corta(dact)} \wedge \text{algo AltaV(vact)} \rightarrow$

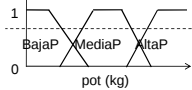
0.71



30

Inferencia(2')

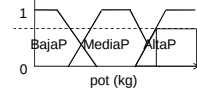
R1: $\text{Corta}(\text{dact}) \wedge \text{algo AltaV}(\text{vact}) \rightarrow$
 0.71



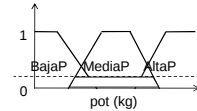
31

Inferencia(2')

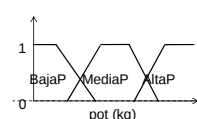
R1: $\text{Corta}(\text{dact}) \wedge \text{algo AltaV}(\text{vact}) \rightarrow$
 0.71



R2: $\text{Media}(\text{dact}) \wedge \text{MediaV}(\text{vact}) \rightarrow$
 0.2



R3: $\text{Larga}(\text{DAct}) \vee \text{BajaV}(\text{VAct}) \rightarrow$
 0



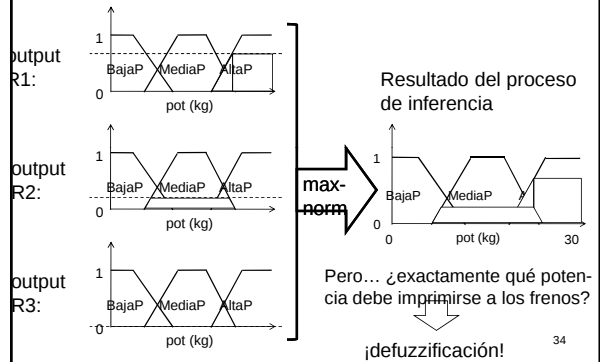
32

Inferencia(3)

- Luego de aplicar todas las reglas, las áreas resultantes se combinan aplicando la *norma del Máximo* (o disyunción).
- De esta forma obtenemos una única curva caracterizando en forma difusa el output final del sistema.

33

Inferencia(3')



34

Defuzzificación

- La defuzzificación consiste en convertir un concepto definido a través de operadores difusos a un valor nítido o crisp value (es decir, lo contrario a difuso).
- Diversos mecanismos han sido propuestos para poder encontrar ese valor en concreto, el cual representa fielmente a la totalidad del concepto difuso.

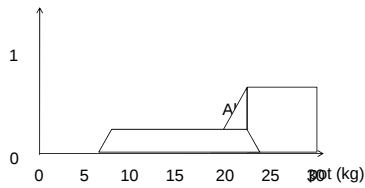
35

Mecanismos de Defuzzificación

- Aún no existe un estándar universalmente aceptado.
- Una posibilidad consiste en elegir como representante a aquel elemento del conjunto difuso que presente el mayor grado de pertenencia. Si hay más de uno, selecciono cualquiera.

36

Defuzzificación: Ejemplo



Criterio de selección del Representante: elem. con mayor grado de pertenencia.

25 kg, por ejemplo

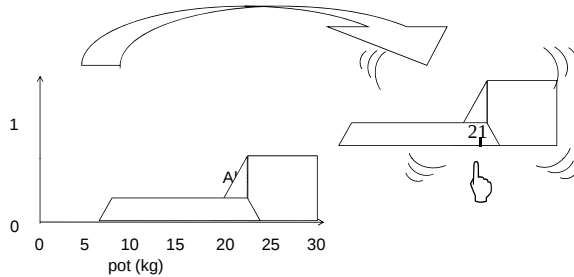
37

Mecanismos de Defuzzificación

- Otra posibilidad consiste en encontrar el centro de gravedad de la figura dibujada por el concepto difuso.

38

Defuzzificación: Ejemplo



Criterio de selección del Representante: centro de gravedad.

21 kg

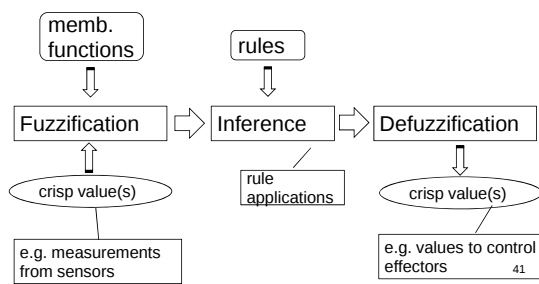
39

Mecanismos de Defuzzificación

- Otra posibilidad consiste en encontrar el centro de gravedad de la figura dibujada por el concepto difuso.
- O bien, calcular el promedio pesado entre todos los miembros del concepto difuso.

40

Dinámica Básica de un Sistema Difuso



41

Aplicaciones

- Controladores difusos:
 - Electrodomésticos (microondas, tostadoras, lavavajillas).
 - Foco automático en cámaras fotográficas
 - Sistemas de control industriales
 - Mejora en la eficiencia del uso de combustible en motores
- Sistemas de reconocimiento de escritura.
- Área activamente bajo de desarrollo, tanto teórico como práctico.

42